

CURVAS HORIZONTAIS CIRCULARES: DETERMINAÇÃO DO *R_{min}*

Prof. Carlos Eduardo Troccoli Pastana

pastana@projeta.com.br

(14) 3422-4244

AULA TEÓRICA 12

RAIOS MÍNIMOS PARA CURVAS HORIZONTAIS:

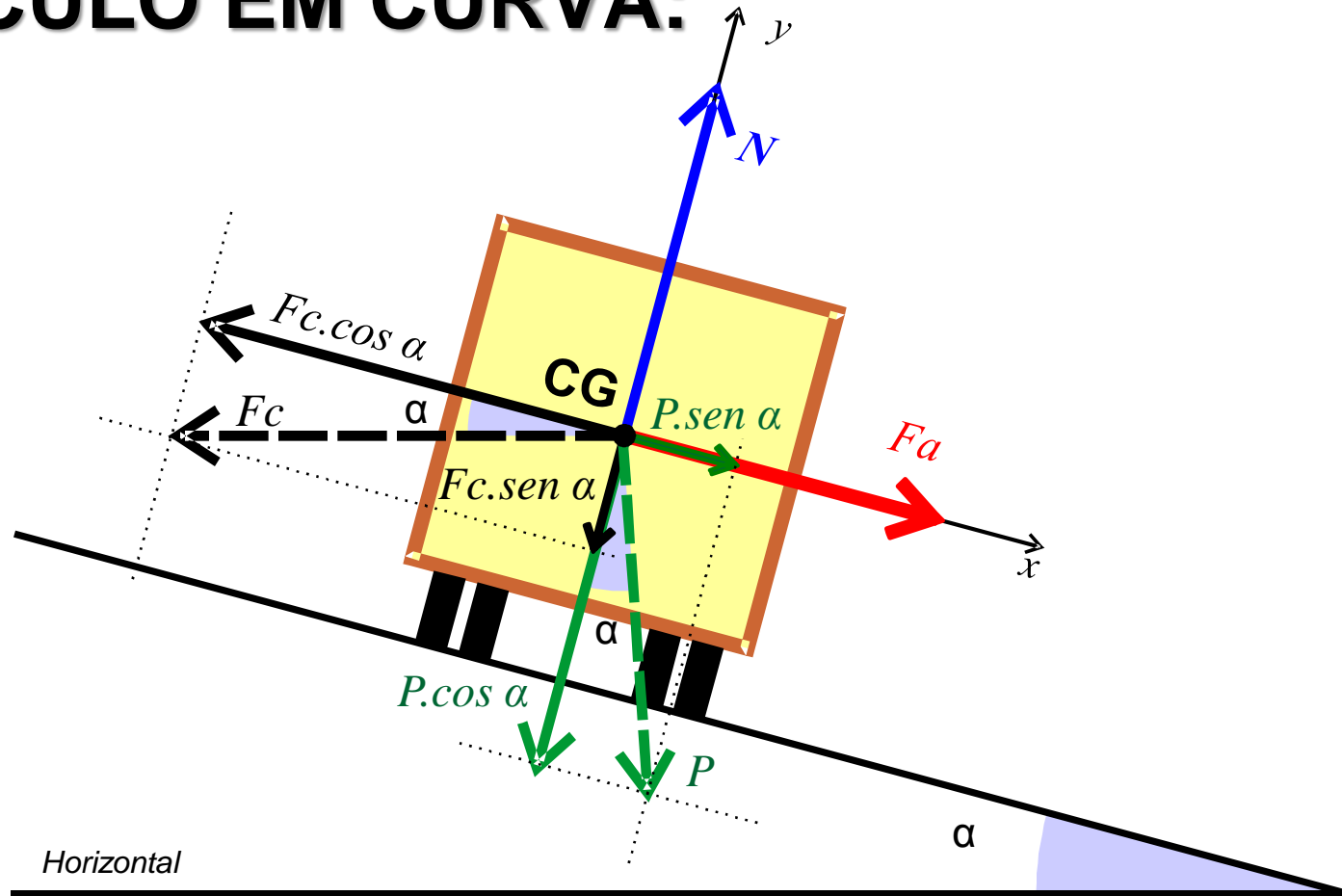
A escolha do raio a ser adotado para uma determinada curva de um traçado depende da análise de diversos fatores, cujos principais, limitam os mínimos valores dos raios a serem adotado:

1. Estabilidade dos veículos que percorrem a curva com grande velocidade;
2. Mínimas condições de visibilidade.

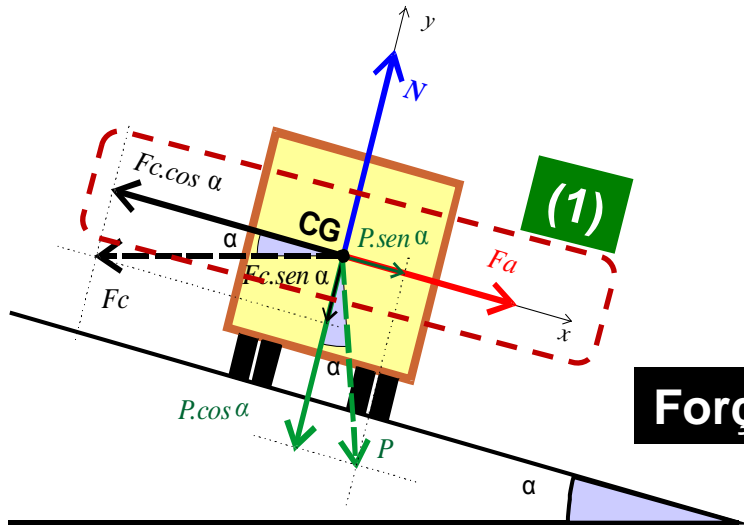
CONDIÇÕES DE ESTABILIDADE:

- Todo veículo em movimento curvilíneo é forçado para fora da curva pela **força centrífuga (F_c)**. Esta força é compensada pela componente do **peso do veículo (P)** devido à superelevação da curva e pelo **atrito lateral (F_a)** entre os pneus e a superfície do pavimento.

FORÇAS ATUANTES NUM VEÍCULO EM CURVA:

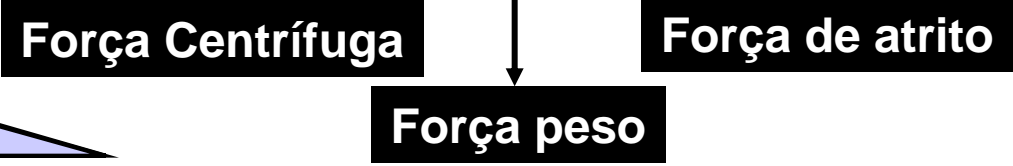


FORÇAS ATUANTES NUM VEÍCULO EM CURVA:



- Equação de equilíbrio de forças, no eixo x, paralelo ao da pista de rolamento:

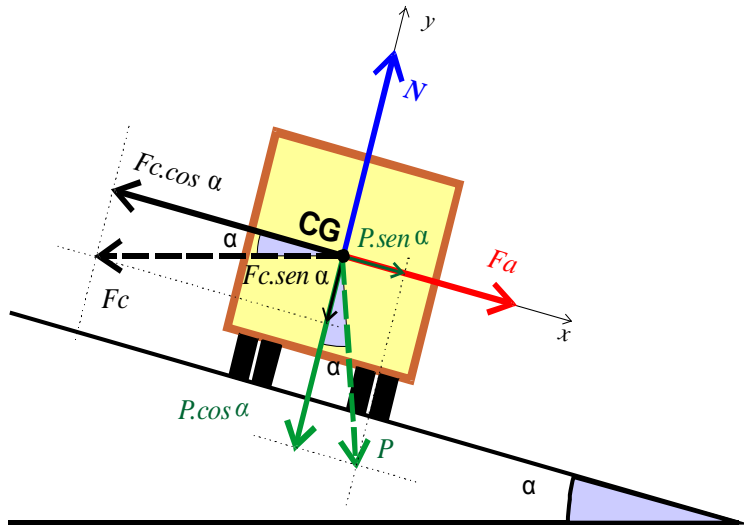
$$F_c \cdot \cos \alpha = P \cdot \sin \alpha + F_a \quad (1)$$



- A Força centrífuga que atua sobre o veículo, nas condições representadas, pode ser calculado por:

$$F_c = \frac{m \cdot v^2}{R} = \frac{P \cdot v^2}{g \cdot R} \quad (2)$$

FORÇAS ATUANTES NUM VEÍCULO EM CURVA:



3. A força de atrito (F_a) pode ser calculada, considerando a metodologia convencional da física (mecânica) classica por:

$$F_a = f(P \cdot \cos \alpha + F_c \cdot \sin \alpha) \quad (3)$$

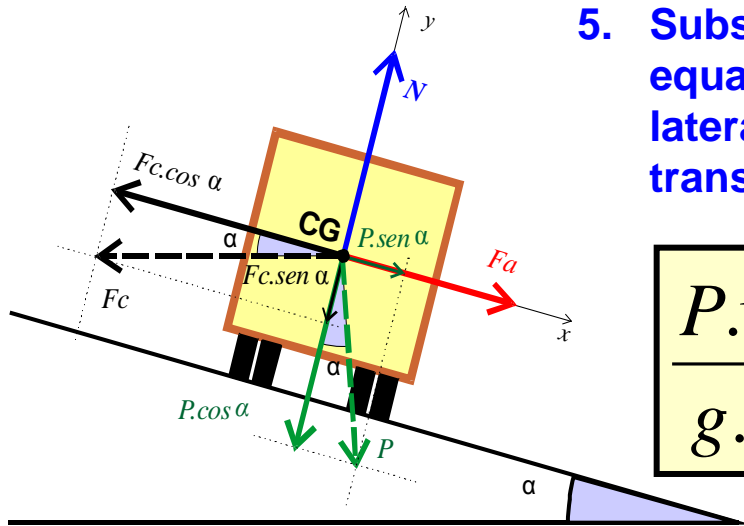
Força de contato entre o pneu e o pavimento

Coefficiente de atrito entre pneu e o pavimento.

4. A componente da força centrífuga normal ao pavimento resultará muito pequeno perante ao componente da força peso, podendo ser desprezada. Portanto, simplificando:

$$F_a = f \cdot P \cos \alpha \quad (4)$$

FORÇAS ATUANTES NUM VEÍCULO EM CURVA:



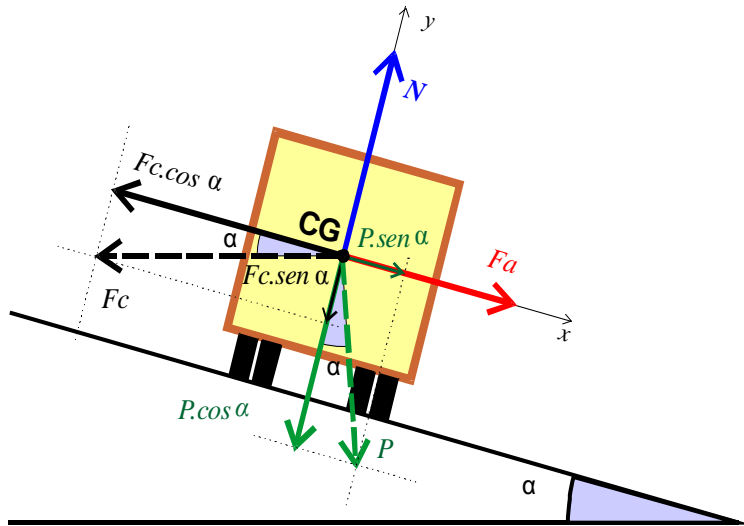
5. Substituindo as expressões (2) e (4) já vistas na equação de equilíbrio das forças que atuam lateralmente(1) sobre o veículo, na seção transversal, tem-se, no plano paralelo ao da pista:

$$\frac{P \cdot v^2}{g \cdot R} \cdot \cos \alpha = P \cdot \sin \alpha + f \cdot P \cdot \cos \alpha \quad (5)$$

6. Dividindo todas as parcelas por $P \cdot \cos \alpha$, chega-se a:

$$\frac{v^2}{g \cdot R} = \tan \alpha + f \quad (6)$$

FORÇAS ATUANTES NUM VEÍCULO EM CURVA:



7. Mas, a superelevação é calculada pela expressão:

$$e = \tan \alpha \quad (7)$$

8. Em (6), entrando com a velocidade (V) em km/h e (R) em metros e substituindo $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, temos:

$$R = \frac{\left(\frac{V}{3,6}\right)^2}{9,8.(e + f)}$$

Desenvolvendo:

$$R = \frac{V^2}{127.(e + f)} \quad (8)$$

VALORES MÁXIMOS ADMISSÍVEIS PARA SUPERELEVAÇÃO E COEFICIENTE DE ATRITO:

Estabilidade
dos veículos

Adotando-se simultaneamente os valores máximos admissíveis para a superelevação e para o coeficiente de atrito transversal, pode-se calcular o valor do raio mínimo admissível, para uma dada velocidade. A expressão para cálculo de R_{min} é a seguinte:

$$R_{min} = \frac{V^2}{127.(e_{máx} + f_{máx})}$$

(9)

VALORES LIMITES DA SUPERELEVAÇÃO:

Os valores máximos adotados para a superelevação são determinados, no Brasil, em função dos seguintes fatores:

- **Condições climáticas, isto é, frequência de chuvas;**
- **Condições topográficas do local;**
- **Localização: área rural ou urbana;**
- **Velocidade média do tráfego.**

VALORES LIMITES DA SUPERELEVAÇÃO:

A superelevação é limitada a $e_{min} = 2\%$. O DNER resume na tabela abaixo os valores de $e_{máx}$.

e_{max}	CASOS DE EMPREGO
12%	Máximo absoluto em circunstância específicas.
10%	Máximo normal. Adequado para fluxo ininterrupto. Adotar para rodovias Classe "0" e Classe "I" em regiões planas e onduladas
8%	Valor superior normal. Adotar para rodovias Classe "I" em regiões montanhosas e rodovias das demais classes do projeto.
6%	Valor inferior normal. Adotar para projetos em áreas urbanizadas ou em geral sujeitando o tráfego a reduções de velocidade de parada.
4%	Mínimo. Adotar em situações extremas, com intensa ocupação do solo adjacente.

VALORES MÁXIMOS DO COEFICIENTE DE ATRITO:

A força de atrito aparece com consequência do atrito transversal entre o pneu e o pavimento, sendo o produto da força normal pelo coeficiente de atrito.

O coeficiente de atrito aumenta à medida que é solicitada, até um valor máximo, quando o veículo começa a deslizar.

$V(\text{km/h})$	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
$f_{\text{máx}}$	0,20	0,18	0,16	0,15	0,15	0,14	0,14	0,13	0,12	0,11

Valores Máximos Admissíveis do Coeficiente de atrito transversal. (Fonte: DNER)

VALORES MÁXIMOS DO COEFICIENTE DE ATRITO:

A AASHTO¹ recomenda as equações (10) e (11), com V em km/h , para os seguintes intervalos de velocidades e resumo na tabela de valores máximos admissíveis.

- Para $30 \leq V < 80$ km/h

$$f_{m\acute{a}x} = 0,19 - \frac{V}{1600} \quad (10)$$

- Para $80 \leq V \leq 120$ km/h

$$f_{m\acute{a}x} = 0,24 - \frac{V}{800} \quad (11)$$

$V(km/h)$	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
$f_{m\acute{a}x}$	0,17	0,17	0,16	0,15	0,15	0,14	0,13	0,12	0,10	0,09

Valores Máximos Admissíveis do Coeficiente de atrito. (Fonte: AASHTO)

(1) Associação Americana dos Funcionários State Highway e Transporte

PARALELOGRAMO DOS VALORES ACEITÁVEIS PARA A SUPERELEVAÇÃO

Do rearranjo das equações abaixo podemos tirar as seguintes conclusões:

$$G = \frac{3600^{\circ}}{\pi.R} \xrightarrow{\text{DESENVOLVENDO}} R = \frac{3600^{\circ}}{\pi.G}$$

e

$$R = \frac{V^2}{127.(e + f)}$$

PARALELOGRAMO DOS VALORES ACEITÁVEIS PARA A SUPERELEVAÇÃO

Desenvolvendo:

$$e + f = \frac{V^2}{g.R} = \frac{V^2.G}{g.1145,92} \Rightarrow e = K.G - f \quad (12)$$

Constante = K

Equação de uma reta que indica que a superelevação é proporcional a G (grau da curva) e ao coeficiente de atrito.

PARALELOGRAMO DOS VALORES ACEITÁVEIS PARA A SUPERELEVAÇÃO

Para um dado valor do coeficiente de atrito transversal f , a superelevação é proporcional a G (grau da curva), ou seja, se fixarmos f , a relação entre e e G é linear.

$$e = K \cdot G - f$$

Constante

PARALELOGRAMO DOS VALORES ACEITÁVEIS PARA A SUPERELEVAÇÃO

1. CRITÉRIO PARA ESCOLHA DA SUPERELEVAÇÃO NO TRECHO CIRCULAR:

CRITÉRIO 1

- Oferece o máximo conforto possível aos veículos que trafegam na V_p (Velocidade de Projeto);
- O coeficiente de atrito transversal $f = 0$.

$$e = K \times G$$

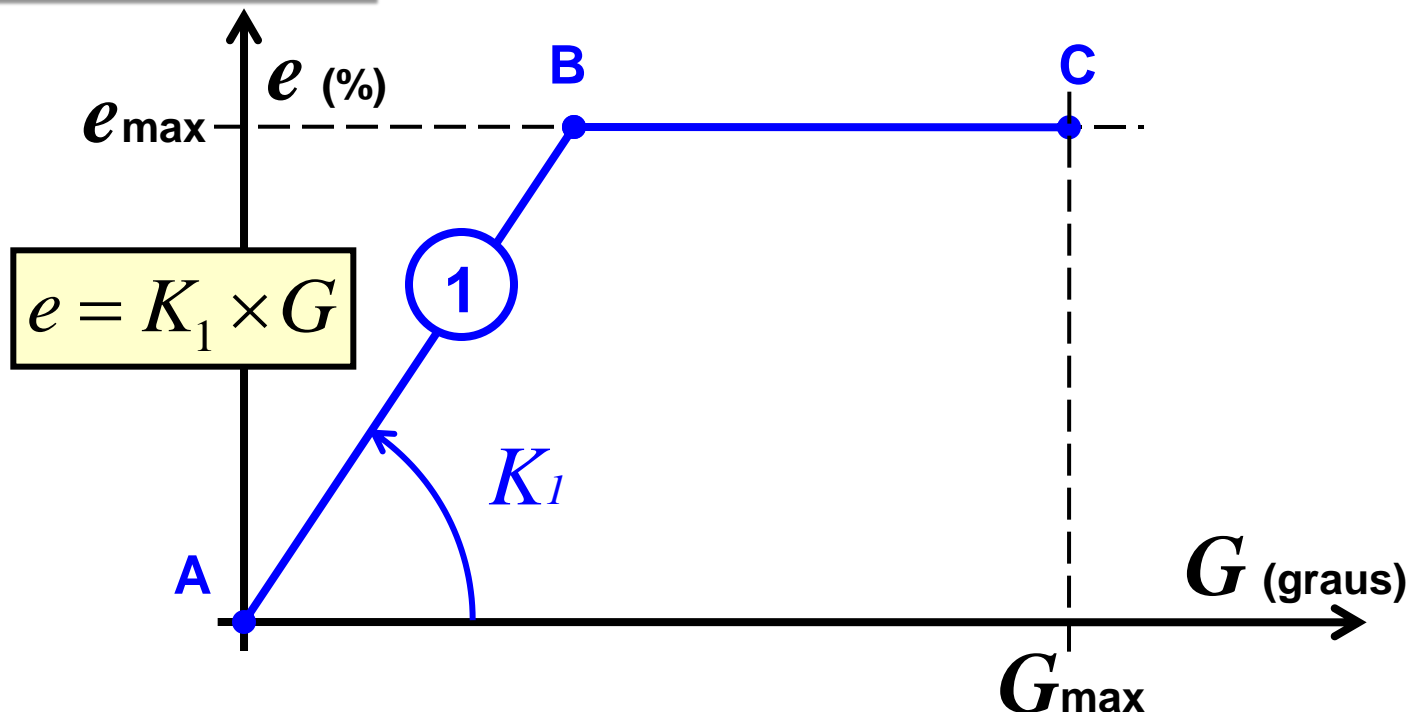
onde

$$K = \frac{V_p^2}{g \cdot 1145,92}$$

PARALELOGRAMO DOS VALORES ACEITÁVEIS PARA A SUPERELEVAÇÃO

1. CRITÉRIO PARA ESCOLHA DA SUPERELEVAÇÃO NO TRECHO CIRCULAR:

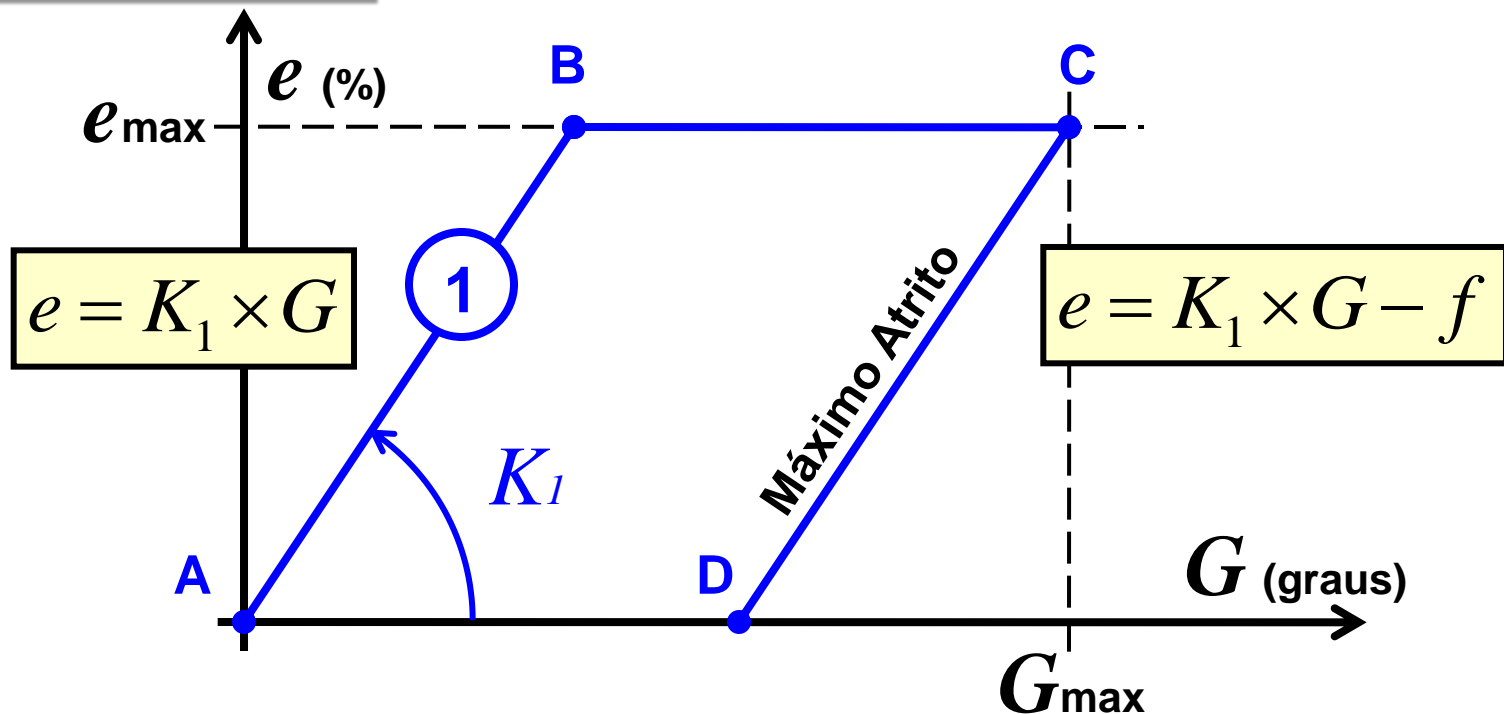
CRITÉRIO 1



PARALELOGRAMO DOS VALORES ACEITÁVEIS PARA A SUPERELEVAÇÃO

1. CRITÉRIO PARA ESCOLHA DA SUPERELEVAÇÃO NO TRECHO CIRCULAR:

CRITÉRIO 1



PARALELOGRAMO DOS VALORES ACEITÁVEIS PARA A SUPERELEVAÇÃO

1. CRITÉRIO PARA ESCOLHA DA SUPERELEVAÇÃO NO TRECHO CIRCULAR:

CRITÉRIO 2

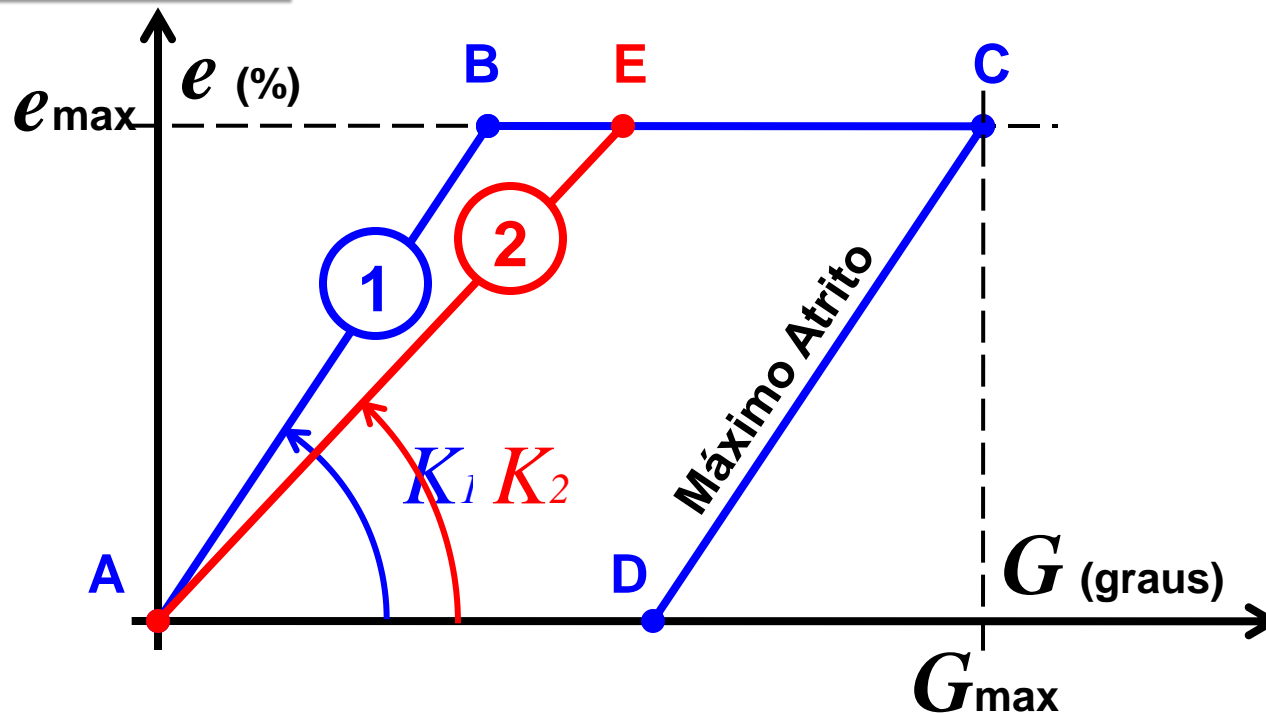
- Oferece o máximo conforto possível aos veículos que trafegam na V_m (Velocidade Média de Operação);
- O coeficiente de atrito transversal $f = 0$.

$$e = \frac{V_m^2 \cdot G}{g \cdot 1145,92}$$

PARALELOGRAMO DOS VALORES ACEITÁVEIS PARA A SUPERELEVAÇÃO

1. CRITÉRIO PARA ESCOLHA DA SUPERELEVAÇÃO NO TRECHO CIRCULAR:

CRITÉRIO 2



PARALELOGRAMO DOS VALORES ACEITÁVEIS PARA A SUPERELEVAÇÃO

1. CRITÉRIO PARA ESCOLHA DA SUPERELEVAÇÃO NO TRECHO CIRCULAR:

CRITÉRIO 3

- A superelevação será adotada de maneira que o ponto caia sempre sobre a diagonal maior do paralelogramo.
- Oferece maior conforto que os critérios 1 e 2 para veículos abaixo da V_m (Velocidade Média de Operação);

PARALELOGRAMO DOS VALORES ACEITÁVEIS PARA A SUPERELEVAÇÃO

1. CRITÉRIO PARA ESCOLHA DA SUPERELEVAÇÃO NO TRECHO CIRCULAR:

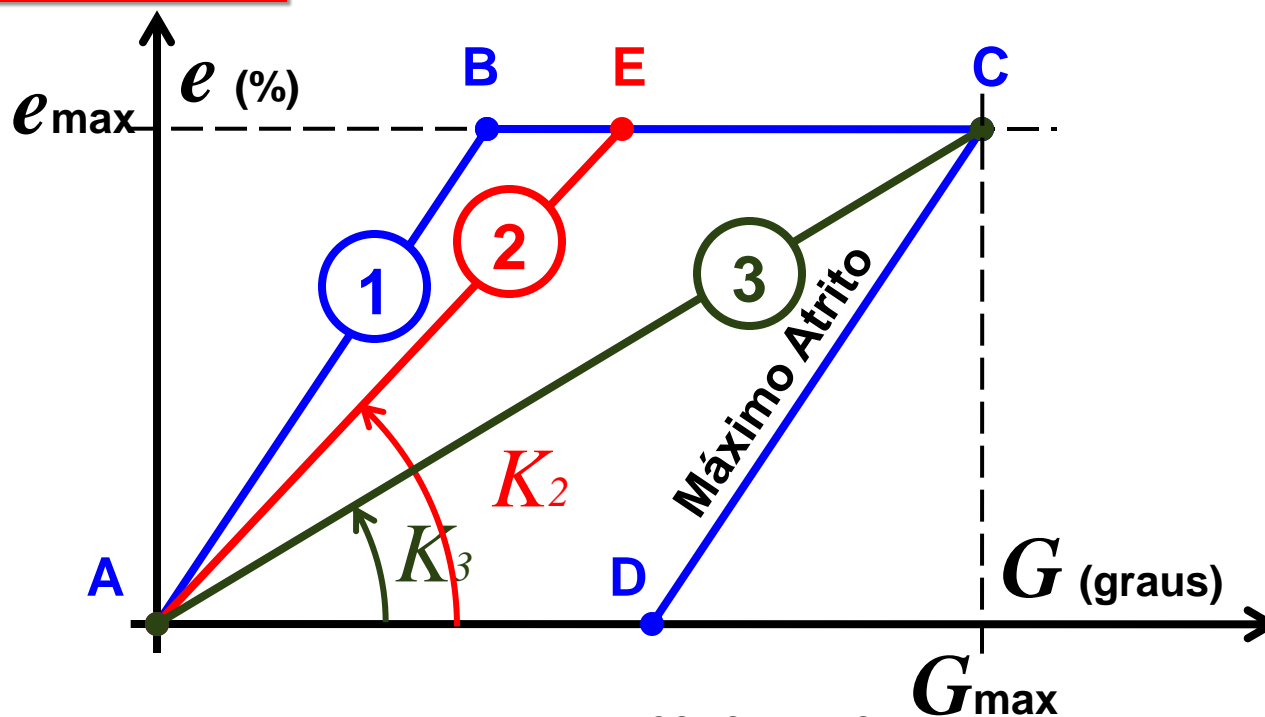
CRITÉRIO 3

- Critério adotado pelo DERSA nos projetos das rodovias Imigrantes e Bandeirantes.
- A superelevação (e) e o coeficiente de atrito transversal (f) variam sempre na mesma proporção.

PARALELOGRAMO DOS VALORES ACEITÁVEIS PARA A SUPERELEVAÇÃO

1. CRITÉRIO PARA ESCOLHA DA SUPERELEVAÇÃO NO TRECHO CIRCULAR:

CRITÉRIO 3



PARALELOGRAMO DOS VALORES ACEITÁVEIS PARA A SUPERELEVAÇÃO

1. CRITÉRIO PARA ESCOLHA DA SUPERELEVAÇÃO NO TRECHO CIRCULAR:

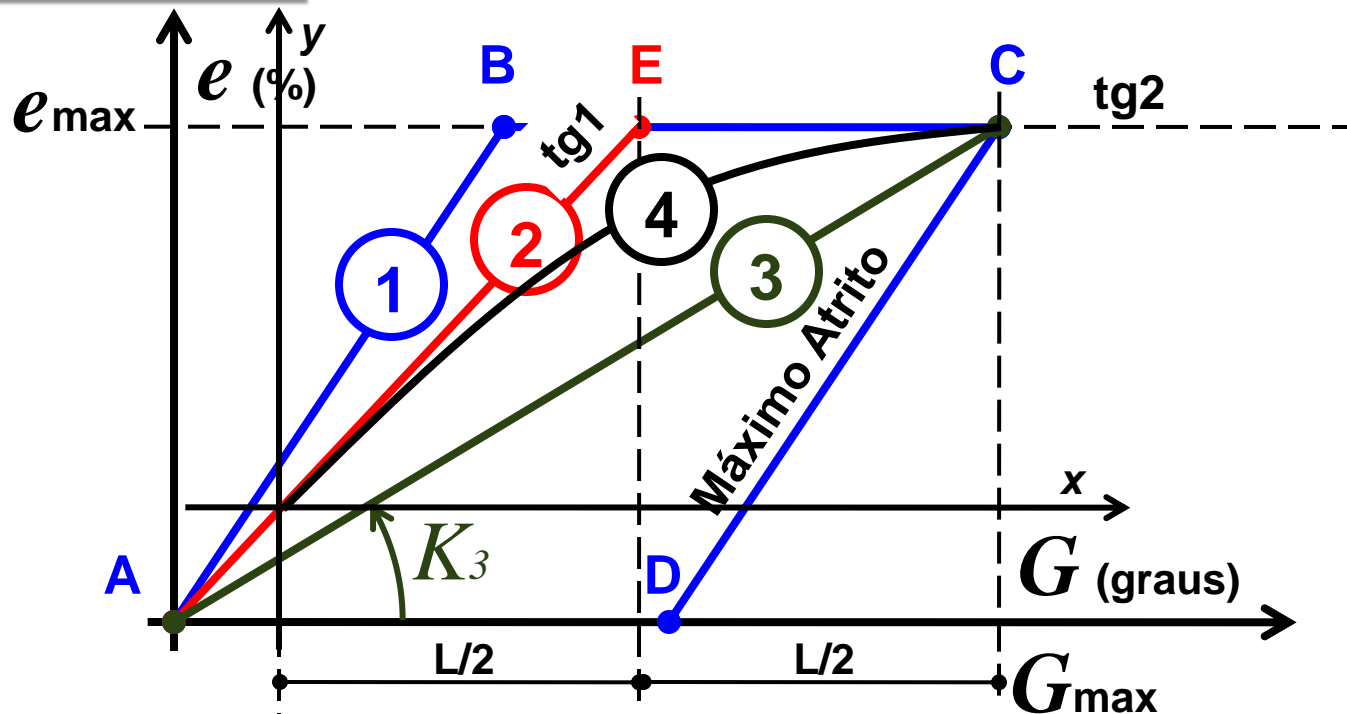
CRITÉRIO 4

- Conhecido como método da AASHTO.
- Maior conforto para os veículos que trafegam próximo da V_m (Velocidade Média de Operação) nas curvas horizontais de raios grandes ou de raios pequenos.
- Critério mais utilizado em projetos de estradas.

PARALELOGRAMO DOS VALORES ACEITÁVEIS PARA A SUPERELEVAÇÃO

1. CRITÉRIO PARA ESCOLHA DA SUPERELEVAÇÃO NO TRECHO CIRCULAR:

CRITÉRIO 4



EXERCÍCIO

Dados $V = 60 \text{ km/h}$ e $e_{\text{máx}} = 10\%$, traçar o paralelogramo dos valores aceitáveis de $e = f(G)$. Traçar as retas e curvas correspondentes aos CRITÉRIOS 1, 2 e 3.

$$e = \frac{V^2 \cdot G}{145.531,80} - f$$

CRITÉRIO 1

Sabemos que, pelo CRITÉRIO 1, o coeficiente de atrito pneu x pavimento ($f = 0$), temos a condição máxima de conforto para os veículos que trafegam na velocidade de projeto (V), portanto:

$$e = \frac{(60)^2 \cdot G}{145.531,80} - 0$$

EXERCÍCIO

Dados $V = 60 \text{ km/h}$ e $e_{\text{máx}} = 10\%$, traçar o paralelogramo dos valores aceitáveis de $e = f(G)$. Traçar as retas e curvas correspondentes aos CRITÉRIOS 1, 2 e 3.

$$e = \frac{V^2 \cdot G}{145.531,80} - f$$

CRITÉRIO 1

Sabemos que, pelo CRITÉRIO 1, o coeficiente de atrito pneu x pavimento ($f = 0$), temos a condição máxima de conforto para os veículos que trafegam na velocidade de projeto (V), portanto:

$$e = \frac{(60)^2 \cdot G}{145.531,80} - 0$$

EXERCÍCIO

Dados $V = 60 \text{ km/h}$ e $e_{\text{máx}} = 10\%$, traçar o paralelogramo dos valores aceitáveis de $e = f(G)$. Traçar as retas e curvas correspondentes aos CRITÉRIOS 1, 2 e 3.

$$e = \frac{V^2 \cdot G}{145.531,80} - f$$

CRITÉRIO 1

Se quisermos o atrito máximo, teremos uma reta paralela à primeira.

$$f_{\text{máx}} = 0,19 - \frac{V}{1600} = 0,19 - \frac{60}{1600} = 0,1525$$

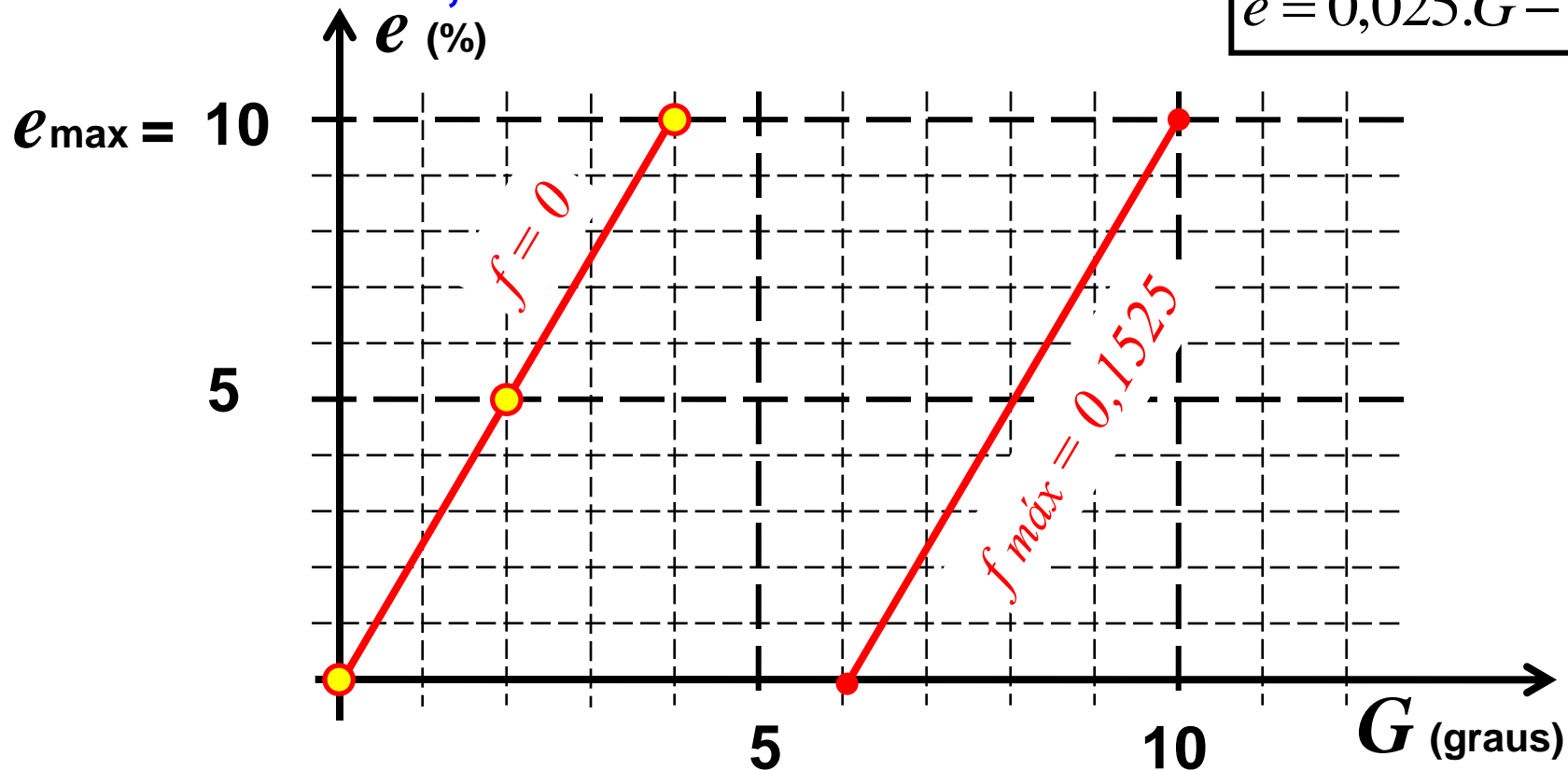
$$e = 0,025 \cdot G - 0,1525$$

EXERCÍCIO

Dados $V = 60 \text{ km/h}$ e $e_{\text{máx}} = 10\%$, traçar o paralelogramo dos valores aceitáveis de $e = f(G)$. Traçar as retas e curvas correspondentes aos CRITÉRIOS 1, 2 e 3.

$$e = 0,025.G$$

$$e = 0,025.G - 0,1525$$



EXERCÍCIO

Dados $V = 60 \text{ km/h}$ e $e_{\text{máx}} = 10\%$, traçar o paralelogramo dos valores aceitáveis de $e = f(G)$. Traçar as retas e curvas correspondentes aos CRITÉRIOS 1, 2 e 3.

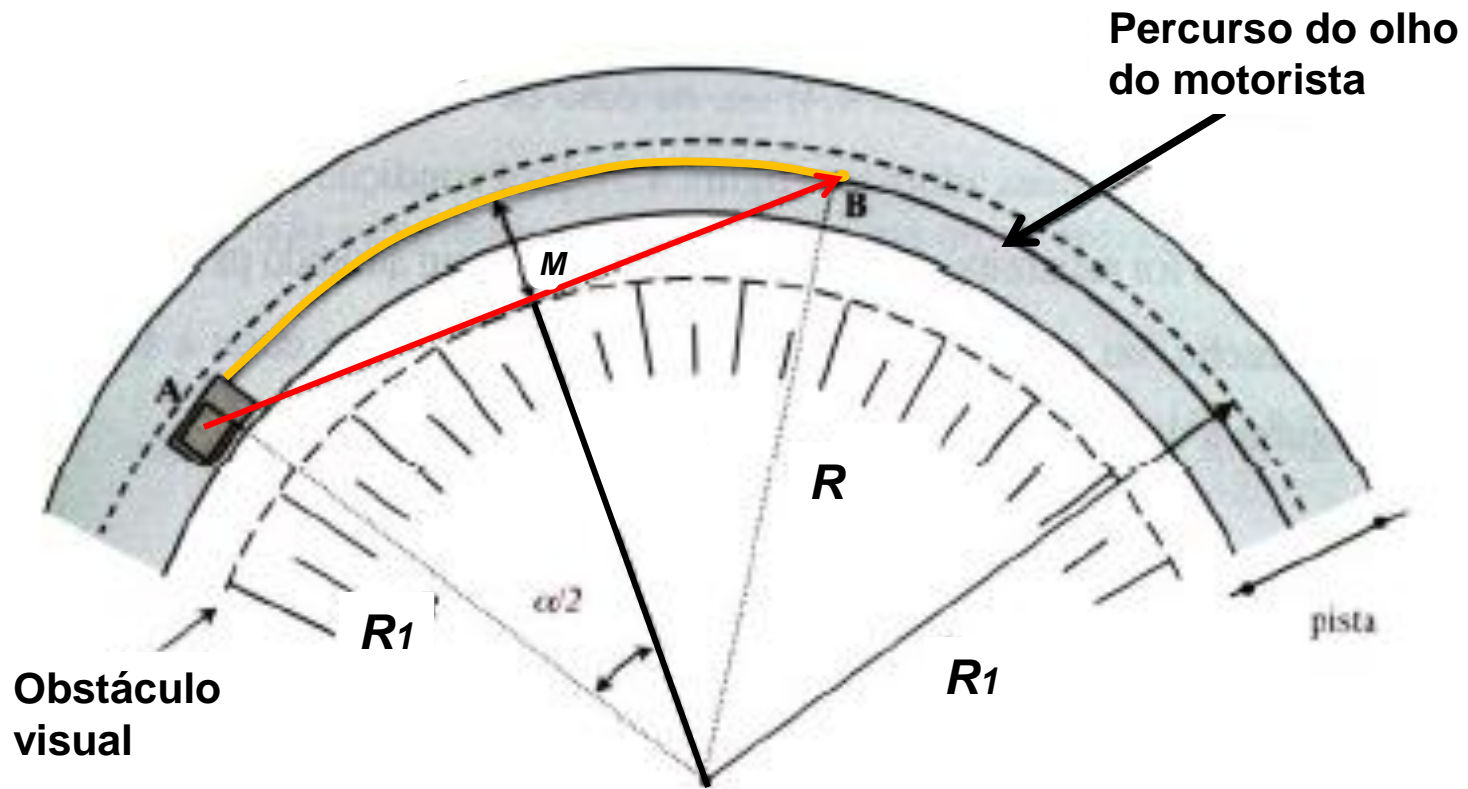


1. Estabilidade dos veículos que percorrem a curva com grande velocidade;

2. Mínimas condições de visibilidade.

CONDIÇÕES MÍNIMAS DE VISIBILIDADE NA CURVAS HORIZONTAIS

Visibilidade de parada



CONDIÇÕES MÍNIMAS DE VISIBILIDADE NA CURVAS HORIZONTAIS

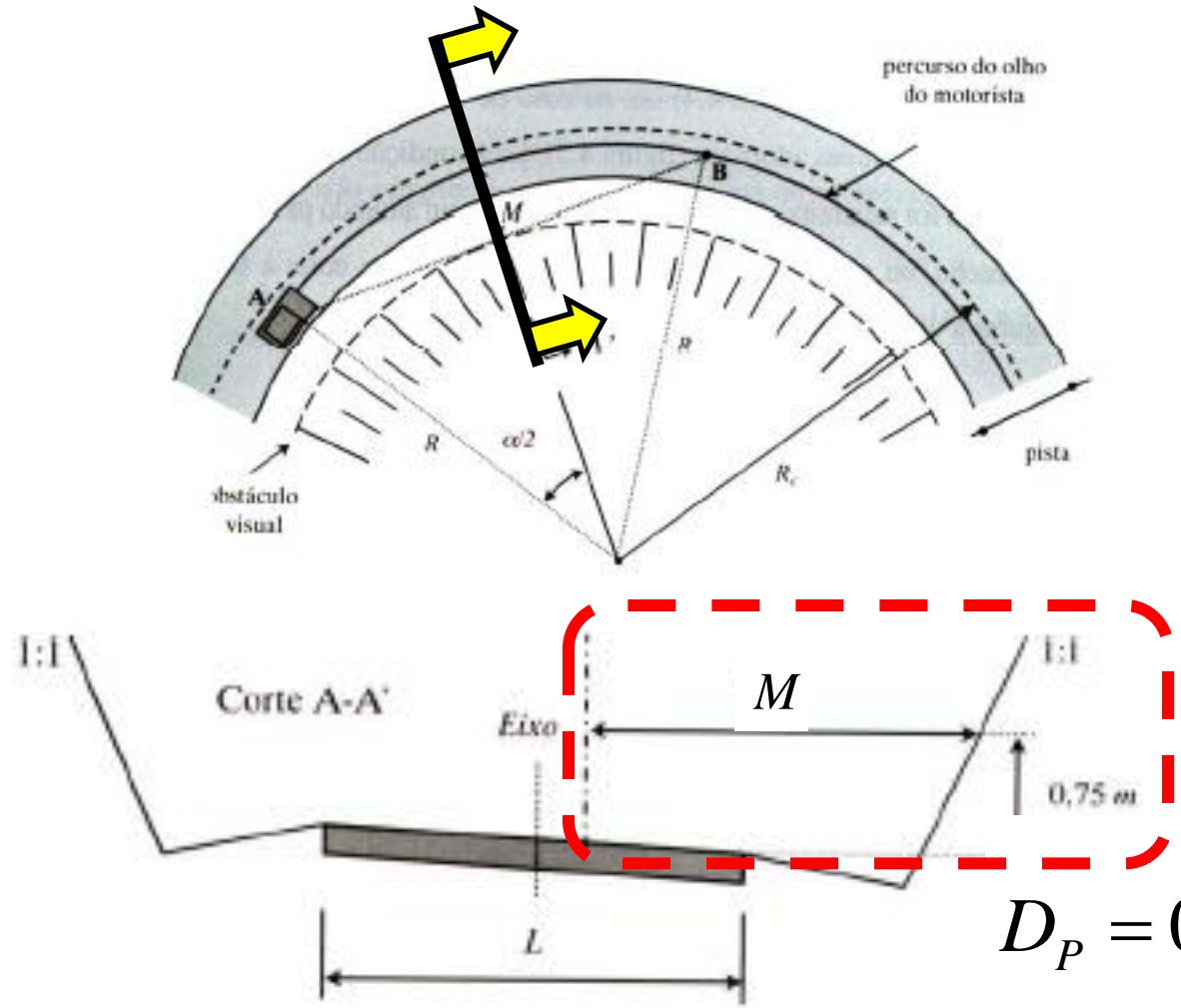
Visibilidade de parada

$$M = \frac{D_P^2}{8 \times R}$$

Definindo-se o valor de M , calcula-se o valor do Raio R que será igualado a R_{min} .

$$R_{min} = \frac{D_P^2}{8 \times M}$$

$$D_P = 0,7.V + \frac{V^2}{255.(f_L \pm i)}$$



PARA A ENTREGA DA PRIMEIRA PARTE DO TRABALHO

- Adotar o raio mínimo para o **CRITÉRIO 1**, velocidade de projeto (V) e $e_{máx} = 8\%$.
- Compará-lo com os raios mínimos definidos pela [Tabela 2 - Portaria n. 19 de 10/01/1949 para as diversas regiões](#) e adotar o que satisfaça as condições de estabilidade e visibilidade.

PARA A ENTREGA DA PRIMEIRA PARTE DO TRABALHO

NORMAS ADMISSÍVEIS DE PROJETOS RODOVIÁRIOS PARA NOVAS ESTRADAS							
ITEM	UNIDADE	REGIÃO	CLASSE				
			0	I	II	III	
1-	Velocidade de projeto ou diretriz	km/h	plana	120	100	80	60
			ondulada	100	80	60	40
			montanhosa	80	60	40	30
2-	Raio horizontal mínimo	m	plana	570	380	230	130
			ondulada	380	230	130	50
			montanhosa	230	130	50	30
3-	Greide máximo	%	plana	3	3	3	4
			ondulada	4	4,5	5	6
			montanhosa	5	6	7	8
4-	Distância de visibilidade p/ parada	m	plana	210	150	110	75
			Ondulada	150	110	75	50
			montanhosa	110	75	50	—
5-	Distância de visibilidade p/ ultrapassagem	m	plana	730	650	500	350
			ondulada	650	500	350	175
			montanhosa	500	350	175	—



F I M

Boa semana !!!